Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

Graduação em Engenharia da Computação

Prática 07 - Oscilação Sistema Massa-Mola

Alunos:
Egmon Pereira;
Igor Otoni Ripardo de Assis
Leandro de Oliveira Pinto;
Letícia Alves;
Nicollas Andrade Silva

Professor:
Anderson Augusto Freitas

1 Introdução

Um sistema massa-mola vertical é um sistema formado por uma mola pendurada verticalmente à uma haste e que possui uma massa pendurada na mola, veja uma ilustração a seguir:

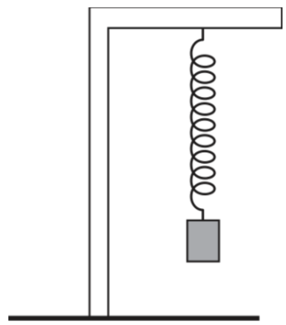

Figura 1: Sistema massa-mola vertical

Neste sistema as força atuantes sobre a massa são a força peso,verticalmente para baixo, e a força elástica, verticalmente para cima. No momento que a massa esta em equilíbrio significa que a força peso é igual a força elástica.

De acordo com a segunda lei de Newton o somatório das forças que agem sobre um corpo é igual ao produto da massa pela aceleração. $\Sigma F = m \cdot a$.

A força elástica pode ser determinada pela Lei de Hook: $F = -K \cdot X$. Onde K é a constante elástica da mola sua unidade de medida é N/m e o X é a deformação da mola, neste caso deslocamento da massa, sua unidade é o metro(m).

Quando a massa é puxada para baixo a força elástica é aumentada e o sistema sai do equilíbrio. E o movimento que a massa faz é chamado de Movimento Harmônico Simples (MHS). Este é um movimento periódico, e portanto o objeto passa novamente por uma dada posição depois de um período T. Isso ocorre porque a aceleração e a força resultante são proporcionais e opostas ao deslocamento. Como a força elástica e a aceleração é para cima e a massa foi puxada para baixo, o deslocamento fica oposto a força e a aceleração. O movimento harmónico é um movimento periódico isso quer dizer que,se repete a intervalos de tempo regulares e sucessivos e um movimento oscilatório, que é um tipo de movimento periódico no qual o sentido do movimento se alterna periodicamente, porém a trajetória é a mesma para ambos os sentidos.

No sistema massa-mola temos que a força resultante atuante sobre a massa ao ser puxada é a força elástica, com isso é possível montar a seguinte equação:

$$-k \cdot X \;=\; m \cdot a \tag{1}$$

Sabendo que a aceleração é a derivada segunda do deslocamento e que o deslocamento em um movimento oscilatório e dado por $X_t = A \cdot cos(\omega t + \phi)$, onde X_t é o deslocamento da massa em relação ao tempo, A a amplitude do movimento, ω é a frequência angular, e ϕ é constante de fase. Temos:

$$\begin{aligned}
-K \cdot X &= m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} \\
-K \cdot A \cdot cos(\omega t + \phi) &= m \cdot (-\omega^2 \cdot A \cdot cos(\omega t + \phi) \\
K &= m \cdot \omega^2 \\
\omega &= \sqrt{\frac{K}{m}} \\
\text{Como,} & \\
\omega &= 2\pi \cdot f \\
\omega &= \frac{2\pi}{T} \qquad (2) \\
\text{Temos:} & \\
\frac{(2\pi)}{T} &= \sqrt{\frac{K}{m}} \\
T &= 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} \qquad (3)
\end{aligned}$$

Onde,
T $\rightarrow$ Período
m $\rightarrow$ Massa
K $\rightarrow$ Constante Elástica
f $\rightarrow$ Frequência
ω $\rightarrow$ Frequência Angular
ϕ $\rightarrow$ Constante de Fase

2 Objetivos

Determinar a Constante Elástica de uma mola através de sua oscilação.

3 Procedimento, material, instrumentos

Os materiais utilizados neste experimento foram:

- Cronômetro;
- Trena;
- Estrutura de metal;
- 2 pesos;
- Mola

Utilizando uma balança, mediu-se a massa dos pesos = 0,10015kg.

A seguir, montamos a haste com Sistema Massa-Mola (Oscilando Verticalmente) semelhante à figura abaixo:

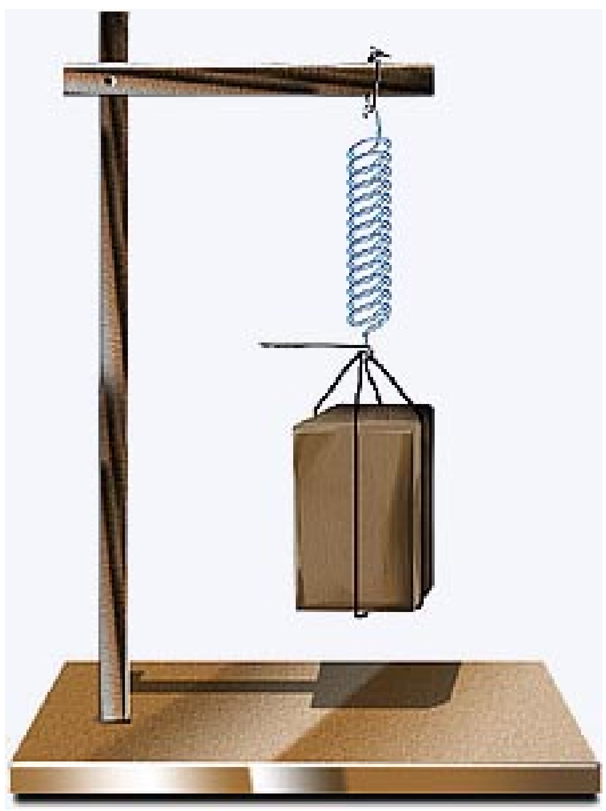

Figura 2: Ilustração da montagem realizada em Laboratório

Para determinar a Amplitude, foi utilizado uma trena e mediu-se o comprimento da mola em equilíbrio com os pesos, em seguida puxou a mola para baixo causando um deslocamento. Esse deslocamento é a Amplitude da Oscilação. Neste experimento o deslocamento foi de:

$$A = 6cm$$

Para realizar a medição a mola foi puxada para baixo e solta em seguida. A mola exerceu força elástica para cima. Esta força pode ser calculada pela Lei de Hook $F = -K \cdot X$.

Mediu-se o tempo de 10 oscilações e determinou-se o período T do movimento.

$$\begin{aligned} T_{10} &= 6,72s \\ T_1 &= 0,672s \end{aligned}$$

Repetiu-se o procedimento anterior para uma amplitude diferente, $A = 10cm$ apenas para confirmar que os valores seriam os mesmos.

$$\begin{aligned} T_{10} &= 6,72s \\ T_1 &= 0,672s \end{aligned}$$

utilizando a equação (3) podemos encontrar a constante elástica:

$$\begin{aligned} T^2 &= \left(2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}\right)^2 \\ (0,672)^2 &= 4\pi^2 \cdot \frac{0,10015}{K} \\ 0,4516 &= \frac{3,94975}{K} \\ K &= 8,7461\frac{N}{m} \end{aligned}$$

A velocidade é a derivada do deslocamento, como vemos:

$$X_t = A \cdot cos(\omega t + \phi)$$
$$V_t = -sen(\omega t + \phi)A \cdot \omega$$

Para o caso da velocidade máxima, $sen(\omega t + \phi) = 1$, isto é, $\omega t + \phi = \frac{\pi}{2}$, então temos a seguinte equação:

$$V_{max} = \omega \cdot A \tag{4}$$

Onde:
$V_{max} \rightarrow$ Velocidade máxima;
$\omega \rightarrow$ Frequência angular;
A $\rightarrow$ amplitude.

Usando a equação (2), temos:

$$\begin{aligned} V_{max} &= \frac{2\pi}{T} \cdot A \\ V_{max} &= \frac{2\pi}{0,672} \cdot 0,06 \\ V_{max} &= 0,56\frac{cm}{s} \end{aligned}$$

A equação da aceleração é obtida derivando a velocidade, para a aceleração máxima temos $cos(\omega t + \phi) = 1$.

$$a_{max} = \omega^2 \cdot A$$

$$\begin{aligned} a_{max} &= \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot A \\ a_{max} &= \left(\frac{2\pi}{0,672}\right)^2 \cdot 6 \\ a_{max} &= 5,24x10^2\frac{m}{s^2} \end{aligned}$$

3.1 Esboço dos Gráficos

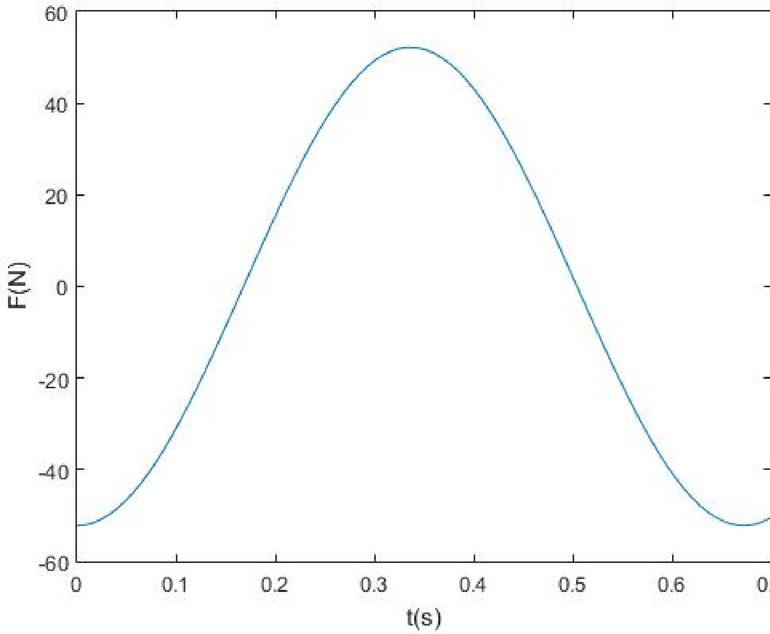

Figura 3: Força x Tempo

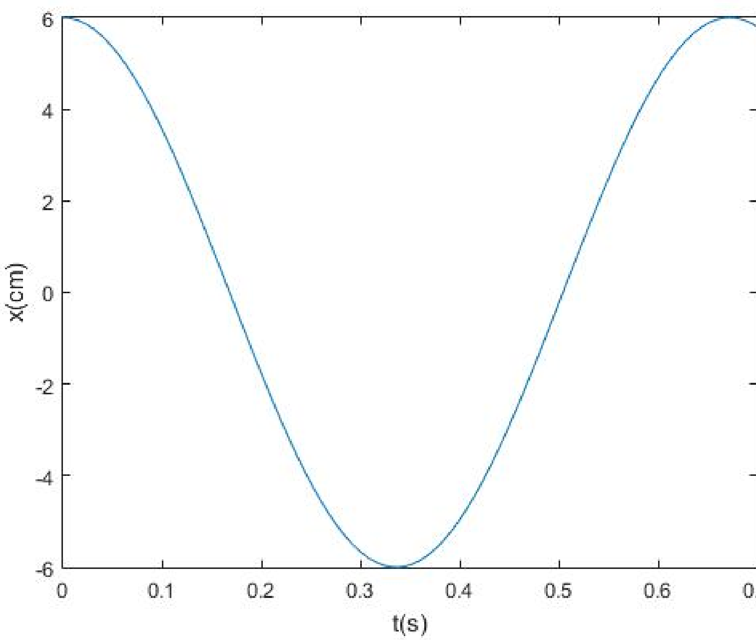

Figura 4: Distância x Tempo

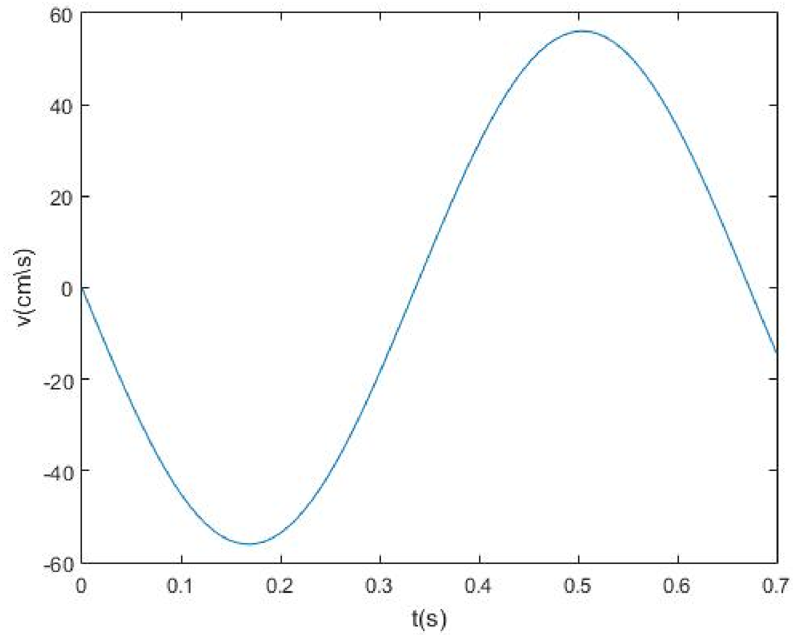

Figura 5: Velocidade x Tempo

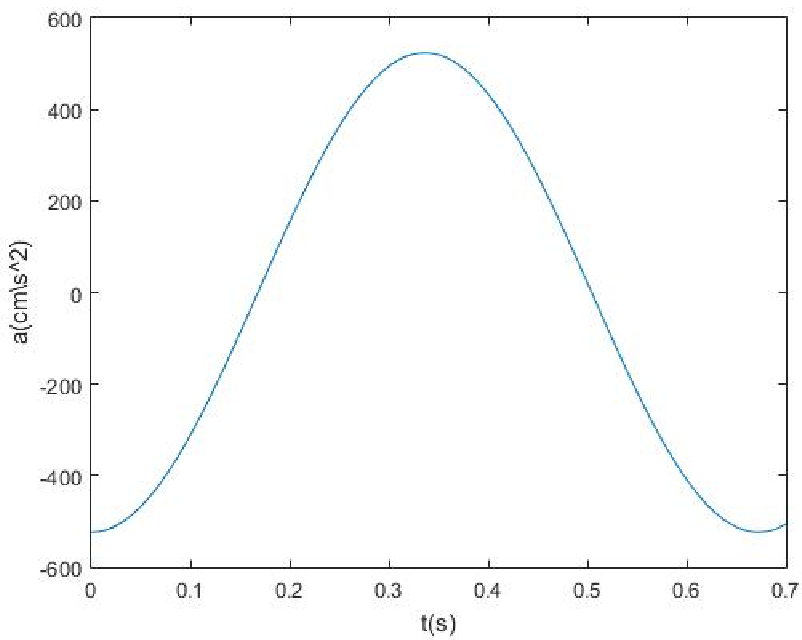

Figura 6: Aceleração x Tempo

4 Conclusão

A partir deste experimento foi possível concluir que a constante elástica da mola (K) pode ser determinada em um sistema massa mola pelo movimento harmônico simples, em que a equação elástica é: $K = \frac{4\pi^2 m}{T^2}$. Substituindo os valores, temos: $K = 8,7461$